

УДК УДК 62-231: 621.9.04

В.Б.Струтинський, А.М.Кириченко

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”

### ОЦІНКА ДЕФОРМАТИВНОСТІ ЛАНОК ЗМІННОЇ ДОВЖИНИ ОБЛАДНАННЯ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ КІНЕМАТИКОЮ

*В роботі розглянуто пружну деформативність ланок змінної довжини верстатного обладнання з паралельною кінематикою, проаналізовано баланс податливості телескопічної штанги з шарнірними опорами.*

Вступ. Одним з найбільш перспективних напрямків розвитку сучасних технологій механічної обробки є використання технологічного обладнання з багатопоточними механізмами, зокрема верстатів паралельними кінематичними структурами. Найбільш важливою перевагою таких верстатів у порівнянні з верстатами традиційної компоновки є відносно низька металоємність при співставній жорсткості конструкції, та внаслідок цього – більш високі динамічні показники. Внаслідок таких властивостей технологічне обладнання з паралельною кінематикою спроможне вирішити більшість задач, які ставляться сучасним багатомономенклатурним серійним виробництвом. Використання верстатів із замкненими кінематичними ланцюгами відкриває нові можливості реалізації складного просторового руху інструмента, застосування прогресивних стратегій обробки та інтенсифікації режимів різання.

Постановка задачі. Поряд з формою та розмірами робочого простору, наявністю і конфігурацією особливих положень, рухливістю і точністю положення робочого органа, одною з найбільш важливих характеристик обладнання із замкненими кінематичними структурами є просторова жорсткість [1].

Звичайно метою аналізу жорсткості є визначення загальної жорсткості системи через знаходження матриці просторової жорсткості  $K$ , яка встановлює взаємозв'язок між пружним переміщенням  $\Delta S$  системи координат робочого органа під дією статичного навантаження  $W$  та власне навантаженням  $W$

$$W = K \Delta S, \quad (1)$$

де  $K$  – матриця просторової жорсткості розмірністю  $6 \times 6$ , елементи якої  $k_{ji}$  описують жорсткість системи в напрямку  $i$ -ї узагальненої координати при дії  $j$ -ї компоненти навантаження;  $\Delta S, W$  – вектори  $6 \times 1$  пружних переміщень та зовнішнього навантаження.

Розглянемо шестикоординатний просторовий механізм паралельної структури на основі платформи Гауфа (рис. 1). Робочий орган 1 з'єднується з основою 4 шістьма ланками змінної довжини 3 за допомогою сферичних опор 2 та карданних шарнірів 5.



Рис. 1. Схема шестикоординатного просторового механізму з ланками змінної довжини. Зворотна кінематична залежність механізму має вигляд

$$\theta = G S, \quad (2)$$

де  $\theta$  – вектор розмірності  $n \times 1$  координат приводів (де  $n$  – кількість ступенів вільності);  $S = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$  – вектор, що виражає положення та орієнтацію системи координат робочого органа по відношенню до нерухомої системи координат;  $G$  – матриця  $n \times 6$ , яка описує зворотну кінематику механізму паралельної структури.

Використовуючи розклад (2) у ряд Тейлора та беручи до уваги лише перший член, можна записати

$$\Delta \theta \approx J^{-1} \Delta \theta, \quad (3)$$

де  $\Delta \theta$  – вектор приращення координат приводів;  $J$  – якобіан (матриця Якобі), що може бути записаний у вигляді

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 & J_4 & J_5 & J_6 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де

$$J_1 = \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_6}^T; J_2 = \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_6}^T; J_3 = \frac{\partial \theta_3}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \theta_3}{\partial \theta_6}^T; \\ J_4 = \frac{\partial \theta_4}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \theta_4}{\partial \theta_6}^T; J_5 = \frac{\partial \theta_5}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \theta_5}{\partial \theta_6}^T; J_6 = \frac{\partial \theta_6}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial \theta_6}{\partial \theta_6}^T.$$

Якобіан (4) визначає також співвідношення між навантаженням на робочий орган та зусиллями у ланках механізму

$$W = J^T F, \quad (5)$$

де  $F = [F_1, \dots, F_n]^T$  – вектор сил, що діють у кожній ланці.

Нехтуючи деформаціями ланок, можна записати

$$F = K_\theta \Delta \theta, \quad (6)$$

де  $K_\theta$  – діагональна матриця, ненульовими елементами якої є параметри зосередженої жорсткості ланок механізму. Тоді з (3) та (6) випливає

$$F = K_\theta J^{-1} \Delta \theta. \quad (7)$$

Перемножуючи обидві сторони рівняння (7) на  $J^T$  та підставляючи у (5), маємо

$$W = J^T K_\theta J^{-1} \Delta \theta. \quad (8)$$

Тоді з врахуванням (1) матриця просторової жорсткості записується як

$$K = J^T K_\theta J. \quad (9)$$

Оскільки матриця просторової жорсткості  $K$  може бути визначена як поєднання кількох матриць – якобіана  $J$  механізму паралельної структури та матриці жорсткості ланок  $K_\theta$ , оцінка жорсткості верстата на основі просторового механізму паралельної структури неможлива без оцінки деформативності приводів зміни конфігурації кінематичних структур разом із з'єднувальними елементами у вигляді шарнірних опор.

Конструкція приводів зміни довжини. Ланки змінної довжини часто реалізуються у вигляді телескопічної штанги з гвинтовим приводом (рис. 2), конструкція якої подібна до гідравлічного циліндра.

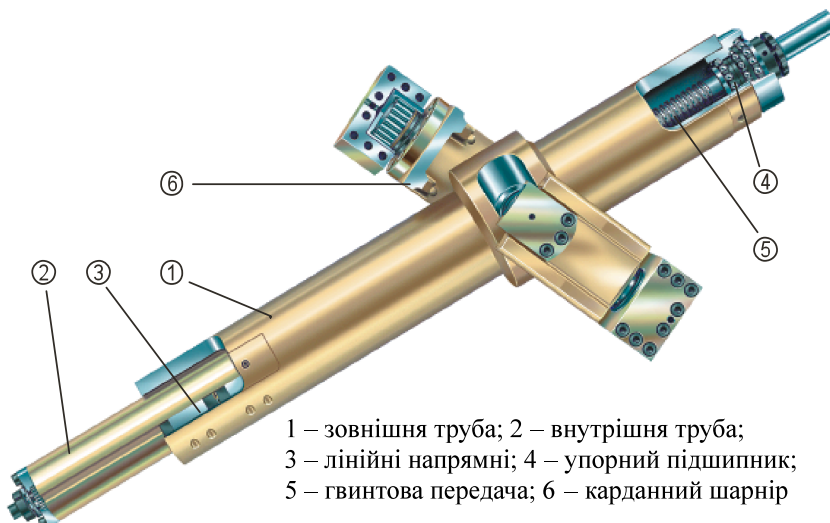


Рис. 2. Телескопічна штанга змінної довжини

У зовнішньому трубчастому корпусі 1 переміщується внутрішня труба 2. Для забезпечення безпріжкового руху при зміні довжини штанги застосовуються попередньо навантажені лінійні

напрямні 3. На протилежному кінці корпусу в упорно-радіальному підшипнику 4 встановлений гвинт 5 кулькової або роликової гвинтової передачі (залежно від необхідної жорсткості), гайка якого з'єднана з внутрішньою трубою 2. Телескопічна штанга звичайно закріплюється у карданному підвісі 6. При кроці гвинта 20 мм і частоті обертання  $3000 \text{ хв}^{-1}$  досягається швидкість подачі до 1 м/с.

Для рухомого спряження ланок верстатного обладнання із замкненими кінематичними ланцюгами, широко використовуються шарнірні опори різних типів [1, 3]. Сферичні шарніри (рис. 3) мають 3 ступені вільності – обертання в трьох напрямках відносно центра, їм властиві висока жорсткість та вантажна спроможність. Недоліком є малий кут повороту, який складає  $30\text{--}45^\circ$ .

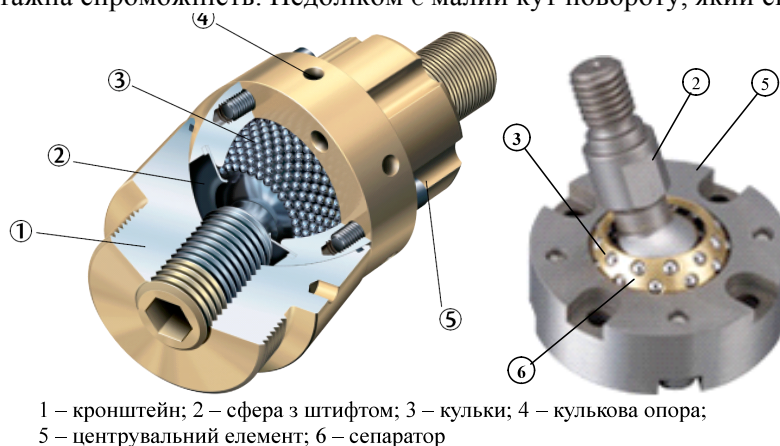


Рис. 3. Сферичні шарніри: а) INA; б) Nephast Seiko

Універсальний шарнір (рис. 4) добре підходить для застосування в механізмах паралельної структури. Він виконується з 2 або 3 степенями вільності, має малу масу та досить великі кути повороту, що дозволяє створювати структури з великими прискореннями та швидкостями у великих робочих просторах. Завдяки використанню голкових кутових підшипників жорсткість набагато менша, ніж у сферичних опор, незважаючи на попереднє навантаження. Перевага універсальних шарнірів – в малій масі (близько 2,7 кг) та великих кутах повороту.

Карданні шарніри (рис. 5) закривають проміжок між сферичними та універсальними шарнірами. При дуже високій жорсткості, вони можуть мати 2 або 3 ступені вільності і дозволяють поворот на досить великий кут. Застосування попередньо навантажених упорно-радіальних роликових підшипників робить карданні шарніри ідеальними при необхідності великих переміщень та високої жорсткості. Недоліками є досить великі габарити та маса.

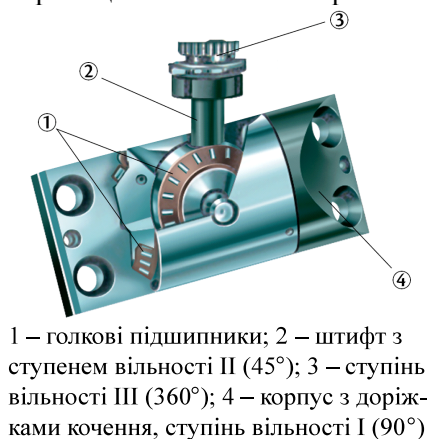


Рис. 4. Універсальний шарнір

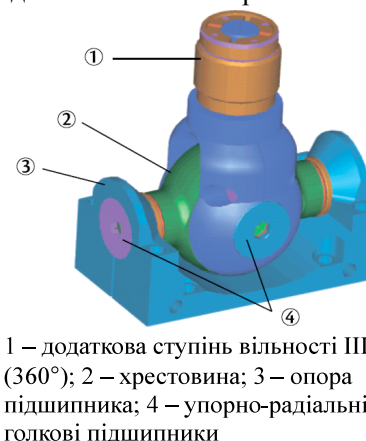


Рис. 5. Карданний шарнір

Оцінка деформативності штанги з опорами. У механізмі телескопічної штанги змінної довжини з шарнірними опорами (рис. 6) є кілька джерел податливості (табл. 1), які можна умовно виділити 4 групи: осьова податливість внаслідок крутильних деформацій ланок механізму, податливість внаслідок осевого стискування-розтягу елементів, податливість гвинтового механізму, податливість опор штанги і гвинта.

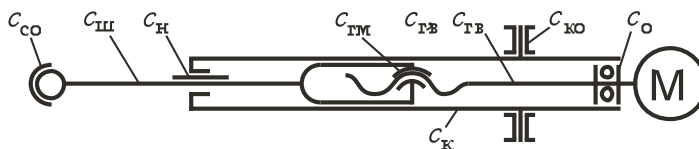


Рис. 6. Розрахункова схема телескопічної штанги змінної довжини

Таблиця 1

Баланс податливості штанги змінної довжини

Джерело податливості	Формула	Величина, 10 <sup>-9</sup> м/Н
Крутильна податливість гвинта	$c_{aa} = \frac{32}{M \pi^4} \frac{l_i}{\phi^4} \frac{\varphi}{\phi^2}$	0,74
Крутильна податливість корпусу	$c_e = \frac{32}{M \pi^4} \frac{l_e}{\phi^4} \frac{\varphi}{\phi^2}$	0,082
Крутильна податливість напрямних штанги	$c_i = \frac{4}{k_{if}} \frac{\varphi}{\phi^2} \frac{1}{M}$	0,083
Стискання-розтяг гвинта	$c_{aa} = \frac{4 \lambda_1}{M \phi^2}$	2,1
Стискання-розтяг висувної штанги	$c_o = \frac{4 \lambda_2}{M \phi^2}$	2,8
Оськова податливість гвинтового механізму	$c_{ai} = \frac{10^{26}}{6 \pi^4 \phi^4}$	3,3
Податливість карданного шарніру	$c_k = \frac{j_{kokr} \sin^2 \epsilon}{j_{kokr}}$	1,9
Податливість сферичної опори	$c_{ni}$	2,8
Податливість опори гвинта	$c_i$	0,9
Загальна податливість	$c_N$	14,705

Пружні характеристики шарнірних опор визначаються в залежності від кута орієнтації осі опори, що визначається просторовим положенням штанги змінної довжини, і отже – залежить від положення рухомої платформи. Податливість сферичної опори  $c_{ni}$  певною мірою залежить від кута між осями штанги та корпусу шарніру, який можна розрахувати як кут між одиничними векторами штанги та шарніру

$$\cos \epsilon = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_i}{|\mathbf{n}| |\mathbf{n}_i|} \quad (10)$$

Для карданного шарніру (рис. 6) існують два одиничних взаємно перпендикулярних вектора напрямків його осей, і відповідно два кута повороту по ступеням вільності.

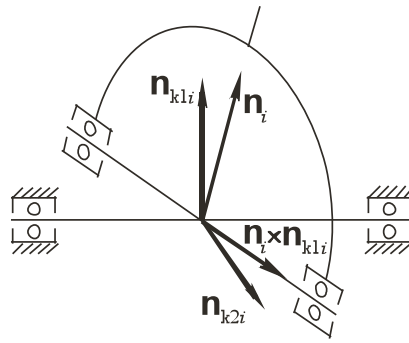


Рис. 6. Схема карданного шарніру

Кут першої ступені вільності дорівнює куту між першим вектором напрямку шарніра та вектором напрямку штанги

$$\cos \epsilon_1 = \frac{\mathbf{n}_{kl1} \times \mathbf{n}_i}{|\mathbf{n}_{kl1} \times \mathbf{n}_i|} \quad (11)$$

Кут повороту другої ступені вільності можна визначити як кут між другим вектором напрямку шарніра і векторним добутком вектора напрямку штанги та першого вектора напрямку шарніра

$$\cos \epsilon_2 = \frac{(\mathbf{n}_{kl1} \times \mathbf{n}_i) \times \mathbf{n}_{k2i}}{|\mathbf{n}_{kl1} \times \mathbf{n}_i| \cdot |\mathbf{n}_{k2i}|} \quad (12)$$

Згідно з методами розрахунку пружних деформацій конструкцій [3] проаналізовано деформативність телескопічної штанги довжиною 1 м з наступними параметрами:  $d_0 = 0,032$  м – розрахунковий діаметр гвинта;  $p = 0,020$  м – крок гвинта;  $u = 4$  – кількість витків гайки;  $P_i = 1000$  Н – сила натягу гвинтової пари;  $l_1 = 0,5$  м – довжина робочої ділянки гвинта (відстань від опори гвинта до середини кулькової гайки);  $E = 2,110^{11}$  Н/м<sup>2</sup> – модуль пружності матеріалу гвинта;  $D_o = 0,05$  м,  $d_o = 0,04$  мм – зовнішній та внутрішній діаметри висувної штанги;  $l_2 = 0,65$  м – довжина висувної штанги;  $d_1 = 0,028$  м – внутрішній діаметр гвинта;  $G = 810^{10}$  Н/м<sup>2</sup> – модуль пружності матеріалу при зсуві; де  $l_e = 0,65$  м – довжина ділянки корпусу, м;  $D_e = 0,075$  м,  $d_e = 0,068$  м – зовнішній та внутрішній діаметри корпусу штанги;  $k_i = 2$  – кількість напрямних висувної штанги;  $j_i = 0,05 \cdot 10^9$  Н/м – тангенційна жорсткість напрямних;  $d_i = 0,07$  м – діаметр розміщення напрямних;  $j_{ko} = 1,2 \cdot 10^9$  Н/м,  $j_{kr} = 1,0 \cdot 10^9$  Н/м – відповідно осьова та радіальна жорсткість підшипників карданного шарніру;  $c_o = 0,28 \cdot 10^{-9}$  м/Н – податливість сферичної опори;  $c_{co} = 0,9 \cdot 10^{-9}$  м/Н – податливість опори гвинта. Результати розрахунків наведені у таблиці 1.

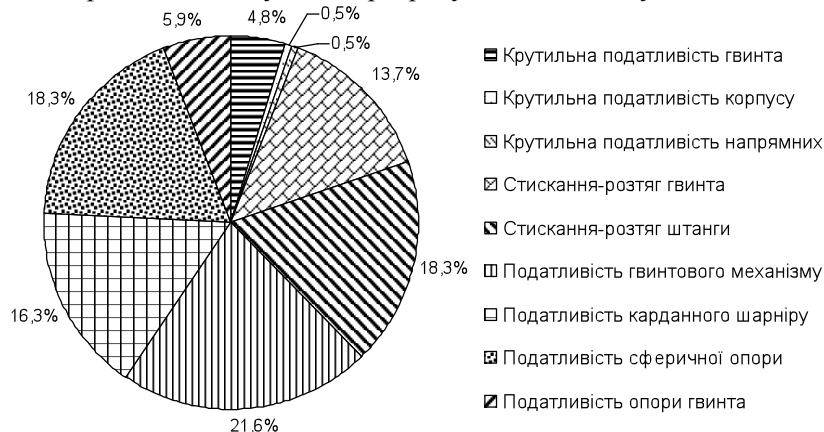


Рис. 8. Баланс податливості штанги змінної довжини

Аналіз балансу податливості (рис. 8) свідчить, що найбільш податливим елементом штанги змінної довжини є кулькогвинтовий механізм. Трохи меншу роль відіграють стискання-розтяг гвинта і штанги та податливість опор. Доля крутильної податливості елементів штанги складає близько 6% і нею можна знехтувати.

Загальна податливість штанги змінної довжини складає  $15 \cdot 10^{-9}$  м/Н, що відповідає жорсткості близько 67 Н/мм. Для підвищення жорсткості необхідно збільшувати діаметральні розміри гвинтової передачі та габарити шарнірних опор.

Висновки.

1. Загальна жорсткість верстатного обладнання з паралельною кінематикою характеризується матрицею просторової жорсткості, яка може бути визначена як поєднання якобіана кінематичних залежностей та матриці коефіцієнтів жорсткості ланок.

2. Основними компонентами, що визначають жорсткість механізму паралельної структури, є приводи зміни довжини кінематичних ланок у вигляді телескопічної штанги змінної довжини з шарнірними опорами.

3. Найбільш податливим елементом штанги змінної довжини є кулькогвинтовий механізм, трохи меншу роль відіграють стискання-розтяг гвинта і штанги та податливість опор, а крутильною податливістю елементів можна знехтувати.

1. Merlet J.-P. Parallel Robots. – Springer-Verlag New York Inc., 2006. – 394 p.
2. Components for parallel kinematics / Матеріали фірми INA-Schaeffler ([http://www.schaeffler.com/remotemedien/media/\\_shared\\_media/library/downloads/mai66\\_de\\_us.pdf](http://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/library/downloads/mai66_de_us.pdf)).
3. Детали и механизмы металлорежущих станков: В 2 т. / Под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Машиностроение, 1972. – Т.1: Общие основы конструирования, направляющие и несущие системы. – 663 с.